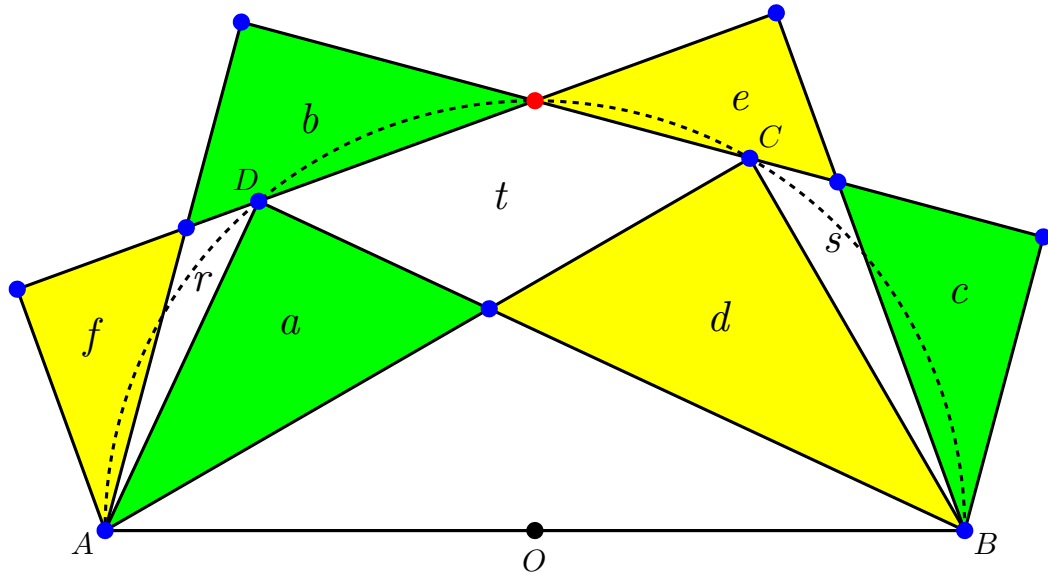


Trois lopins de terre

Alice et Bob disposent chacun de 3 lopins de terre en forme de triangle rectangle. Les points C et D sont sur le demi-cercle de diamètre AB . Sur les segments AD , DB , AC et CB on a disposé des triangles isocèles rectangles. L'aire totale du domaine d'Alice (en jaune) semble égale à celle du domaine de Bob (en vert).

Si c'est le cas, prouvez-le ! Si ce n'est pas le cas, prouvez-le !



L'aire totale d'Alice (en jaune) est bien égale à l'aire totale de Bob (en vert).

Les lettres minuscules sur la figure représentent les aires des 9 zones.

Comme conséquence du théorème de Pythagore sur le triangle rectangle ABC , la somme des aires des triangles d'hypoténuse AC et BC est égale à l'aire S du triangle rectangle isocèle d'hypoténuse AB . On a donc :

$$1) \quad (a + b + r + t) + (c + s) = S$$

En procédant de même avec le triangle rectangle ABD , on a :

$$2) \quad (d + e + t + s) + (f + r) = S$$

De 1) et 2) on tire l'égalité suivante dans laquelle les simplifications concernant les aires r, t, s sont indiquées :

$$a + b + \cancel{r} + \cancel{t} + c + \cancel{s} = d + e + \cancel{t} + \cancel{s} + f + \cancel{r}$$

On obtient donc : $a + b + c = d + e + f$.