

Les nombres complexes

Des fractales et un lapin
La genèse des imaginaires

DOSSIER

D'où viennent les complexes ?

Les nombres irrationnels, le zéro, les nombres négatifs ont mis des siècles à être acceptés par les mathématiciens. Ce fut aussi le cas des complexes. Le souhait de résoudre les équations algébriques a entraîné l'invention des nombres imaginaires, à l'origine de la notion de nombre complexe.

Ces fous d'équations qui créèrent les imaginaires

Un peu d'étymologie

Conjugués, modules et arguments

Un nombre complexe, c'est quoi ?

Argand, le mathématicien inconnu

La construction des complexes

DOSSIER

Approche algébrique

L'introduction des complexes fut un acte d'une audace inouïe. Elle a débouché sur un concept puissant, la structure de corps algébriquement clos, cet ensemble muni de deux opérations dans lequel toute équation algébrique admet une solution.

Les racines dans le monde complexe

\mathbb{C} est un corps algébriquement clos

Les nombres complexes de module 1

Au détour des complexes

Une généralisation des complexes : les quaternions

Hermann Schubert, une méthode pour la géométrie

Au-delà du réel

La conjecture de Sendov

En bref 12, 27, 41, 45, 61

Notes de lecture 32, 69, 111

Problèmes 152

Solutions 156

(suite du sommaire au verso)

5
6

13

14

19

20

24

27

28

33

34

38

42

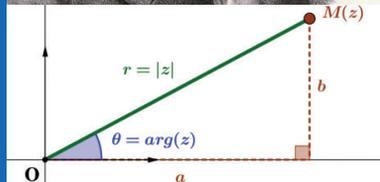
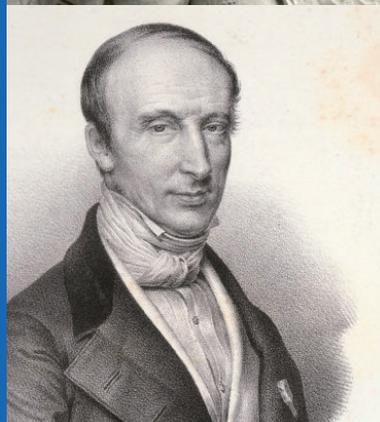
45

46

50

55

56



DOSSIER

Représentations géométriques

La géométrie est la première à profiter de l'introduction des nombres imaginaires. Un nombre complexe peut être identifié à un point du plan. Homothéties, similitudes, inversions et autres homographies reçoivent ainsi une interprétation algébrique simple ; elles deviennent aisément manipulables.

Des nombres pas si complexes	58
Les isométries du plan	62
Des similitudes intéressantes...	66
Quand on inverse un complexe	70
Les ensembles de Julia	74
La géométrie des complexes	76
Le théorème de Siebeck	82
Étude expérimentale de quelques transformations planes	88

DOSSIER

Analyse et trigonométrie

En autorisant la variable d'une fonction réelle à prendre des valeurs dans \mathbb{C} , Leonhard Euler et surtout Bernhard Riemann ont ouvert une boîte de Pandore aux accents grecs (gamma, zêta...) dont personne n'aurait pu imaginer la richesse.

Les fonctions d'une variable complexe	94
La formule de Benjamin Peirce	99
L'exponentielle complexe	100
Les équations de Cauchy–Riemann	104
La fonction gamma	108
L'hypothèse de Riemann	110
La contribution de Riemann à la fonction zêta	116
Un problème qui vaut un million de dollars	122
Un point de vue trigonométrique	126
Nombres complexes et trigonométrie	128

DOSSIER

Applications

Sans les complexes, la théorie de l'électricité ne serait pas aussi cohérente, nos ordinateurs seraient plus lents. Et l'on serait bien en peine de concevoir des ailes capables de porter un avion ou de modéliser finement les trajectoires des planètes...

Accélérer les multiplications	134
En électricité aussi...	137
Trajectoire des planètes et problème des trois corps	138
Les complexes pour simplifier les calculs en électricité	142
Le calcul du profil d'une aile d'avion	148

57



58

62

66

70

74

76

82

88

93



94

99

100

104

108

110

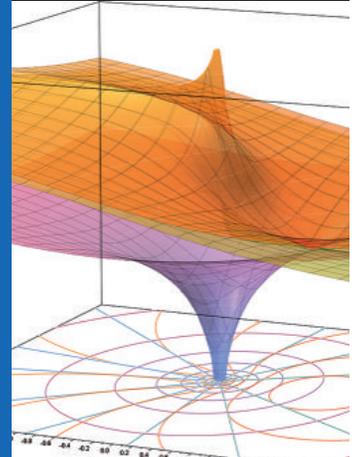
116

122

126

128

133



134

137

138

142

148

