

# Itération et récurrence

Éditorial

Des nouvelles de la conjecture de Syracuse

## DOSSIER

### Processus itératifs

Répéter un procédé permet parfois de trouver, mécaniquement, une solution exacte ou approchée d'un problème mathématique. Il y a près de deux mille ans, Héron d'Alexandrie appliquait ainsi une suite de divisions, qui lui permettait d'approcher la valeur de la racine carrée d'un nombre positif. Dans quels cas ces procédures aboutissent-elles au résultat souhaité ? C'est tout l'enjeu de l'étude des processus itératifs !

Les processus itératifs au cœur de l'activité mathématique

L'algorithme de Heron

Suites aliquotes

Des méthodes itératives pour la résolution d'équations

La magie des critères dominos

Les enjeux de la géométrie algorithmique

Calcul mental : la méthode de Trachtenberg

Une surprise de Kaprekar

## DOSSIER

### Récurrence

Apparu clairement dans des écrits de Pascal, le raisonnement par récurrence trouve une place naturelle dans l'étude des suites, comme celle de Stern–Brocot. Le « raisonnement mathématique par excellence », comme le qualifiait Henri Poincaré, fait également des merveilles pour élucider les mystères des tours de Hanoï.

Un outil puissant pour le raisonnement

Récurrence linéaire et épidémie de bosse des maths

Blaise Pascal à l'assaut de la récurrence

Tours de Hanoï et sens interdits

Des fractales dans la tour

Le piquet du diable

Les propriétés de la suite de Recamán

L'envoûtante suite de Stern–Brocot

(suite du sommaire au verso)

5

6

15

16

20

25

26

32

36

42

45

47

48

54

58

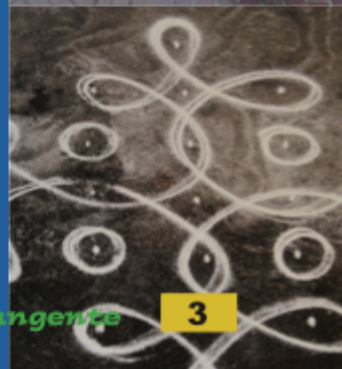
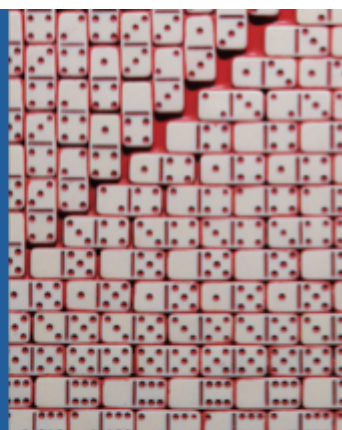
64

70

72

79

80



## DOSSIER

## Réversivité

Appliquer les processus itératifs peut s'avérer long et fastidieux. Avec l'avènement de l'informatique, de nouvelles voies se sont ouvertes. L'écriture de programmes s'appelant eux-mêmes permet de prouver plus facilement le bon fonctionnement d'un algorithme. Les fractales permettent à tout un chacun d'expérimenter ce puissant concept.

Les fractales, l'esthétisme itéré	83
La très riche suite de Prouhet–Thue–Morse	84
Les itérations de John Conway	90
Les fraction continues	95
Programmer, c'est prouver	98
Les boucles en programmation	104
Une spirale de chiffres	106
	112

## DOSSIER

## Des utilisations dans l'art

La répétition d'un intervalle, la quinte, a permis à Pythagore de construire les notes de la gamme musicale. L'itération s'insinue jusque dans les procédés modernes de composition. Ces mises en abîme récursives inspirent même écrivains, artistes, auteurs de bandes dessinées, et sont à l'origine de constructions auto-référentes particulièrement esthétiques.

La gamme pythagoricienne	115
Itérations musicales	116
Le mille et unième conte	122
Une fin annoncée	128
Les suites mathématiques dans l'art contemporain	132
Des créations littéraires à répétition	134
Bande dessinée : contraintes et créativité	142
	144

En bref	13, 14,
	19, 31,
	46, 53,
	57, 111,
	127, 131,
	151
Maths étonnantes	96
Mathématiques récréatives	102
Problèmes	148
Solutions	152

