

Le rallye mathématique transalpin

Le rallye mathématique transalpin, organisé en Suisse, en Italie et dans le Jura français, s'adresse aux élèves de l'école élémentaire et du collège. Nous avons choisi ici des énoncés destinés aux élèves en fin de collège. Notez qu'ils peuvent être proposés à des lycéens, qui utiliseront alors d'autres méthodes de résolution.

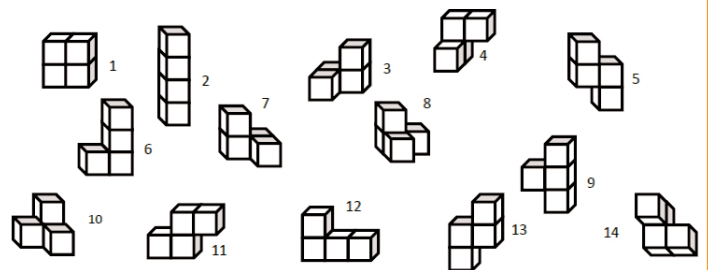
Les tétracubes

Mauro a quatre cubes aimantés qu'il assemble face contre face pour former des tétracubes.

Chaque fois qu'il a fait un tétracube, il le dessine puis détache les quatre cubes pour refaire un nouveau tétracube.

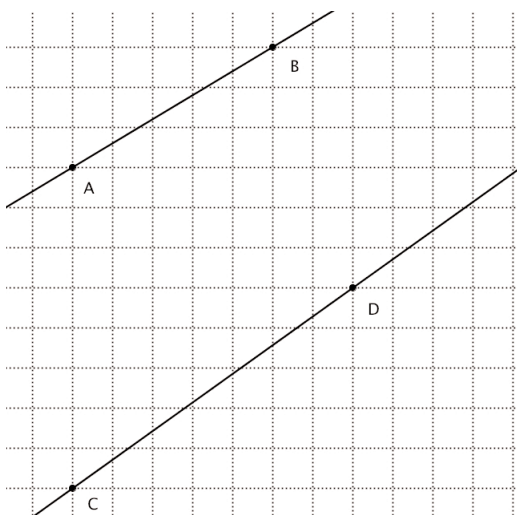
En regardant ses dessins,

Mauro se rend compte qu'il a représenté plusieurs fois un même tétracube.



Combien Mauro a-t-il dessiné de tétracubes différents ?

Pour chaque tétracube différent, donnez les numéros des dessins qui le représentent.



Intersection

André trace deux droites sur une feuille quadrillée, l'une passant par A et B, l'autre par C et D (comme vous le voyez sur le dessin ci-contre).

Il remarque que si on prolonge ces deux droites, sur une feuille quadrillée beaucoup plus grande, les deux droites vont se couper.

Où se situe ce point d'intersection ?

(Donnez sa position en indiquant de combien de carreaux il faut se déplacer vers la droite et vers le haut depuis C.)

Expliquez comment vous l'avez trouvé.

Jardin carré

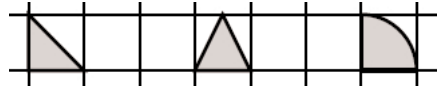
César possède un terrain carré. Une partie de ce terrain, carrée elle aussi, est réservée au jardin potager. L'aire de la surface qui reste est 75 (en m^2).

Quelles sont les mesures possibles des côtés du terrain et des côtés du potager, en sachant que ces deux mesures sont des nombres entiers ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Pièces magnétiques

Pour jouer sur un panneau métallique sur lequel est dessiné un quadrillage, ont été utilisées uniquement des pièces magnétiques des trois types suivants :



Ces trois types de formes ont été utilisés pour obtenir les figures que vous voyez reproduites ci-dessous : une FILLETTE, une HIRONDELLE, un CHAT et une FUSÉE.

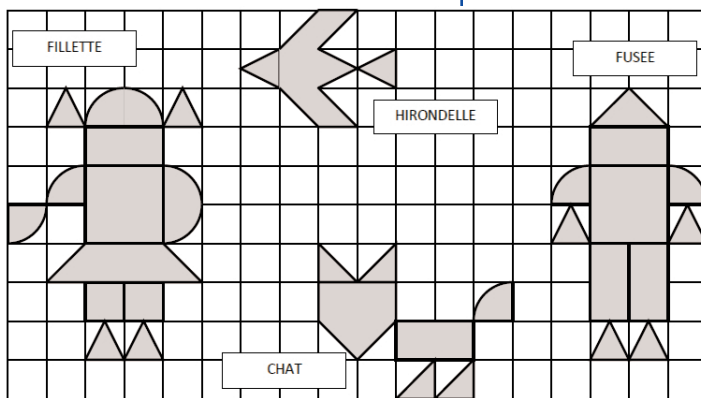
Ont été dépensés :

- 18,20 € pour l'acquisition des pièces magnétiques qui composent la FILLETTE,

- 7,80 € pour les pièces magnétiques qui composent le CHAT,
- 15,00 € pour celles de la FUSÉE.

Combien a été dépensé pour les pièces magnétiques de l'HIRONDELLE ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



Un rectangle en morceaux

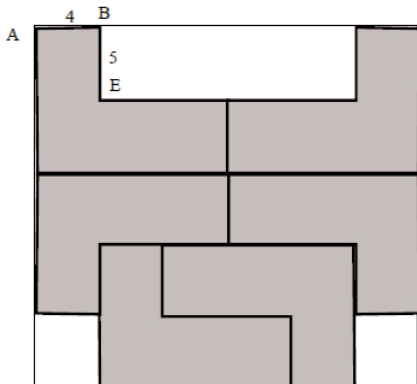
Anna a disposé six pièces identiques en forme de L qui recouvrent presque entièrement un rectangle (voir la figure sur laquelle les pièces sont en gris et la partie du rectangle non recouverte en blanc).

Pour chaque pièce, les deux petits côtés désignés par AB et BE sur la pièce du haut à gauche, mesurent respectivement 4 cm et 5 cm.

Quelles sont les dimensions du rectangle ?

Quelle est l'aire de la partie du rectangle non utilisée par Anna ?

Expliquez comment avez vous trouvé votre réponse.

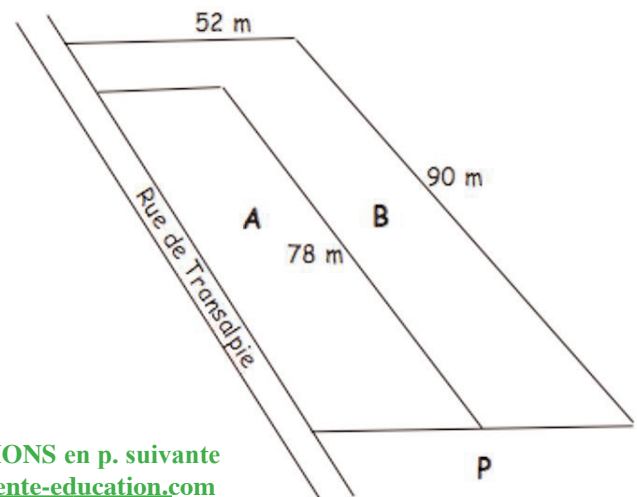


Partage d'un terrain

Pierre et Marie ont acheté un terrain rectangulaire situé en bordure de la rue de Transalpie et l'ont fait partager en deux parcelles A et B de même aire (voir dessin ci-dessous). Pour laisser le passage de la parcelle B vers la rue, le géomètre a partagé ainsi le terrain : la parcelle A est rectangulaire (de 78 m de longueur) et la parcelle B a une forme en L.

À quelle distance de la rue le géomètre a-t-il placé le poteau P pour que les deux parcelles aient la même aire ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



SOLUTIONS en p. suivante
sur www.tangente-education.com

Les tétracubes

Il existe huit tétracubes différents :

1 ; 2 ; 3-14 ; 4-7 ; 5-11-13 ; 6-12 ; 8-10 ; 9.

Intersection

En prenant le point C comme origine, les équations des droites (AB) et (CD) sont :

$$y = (5/7)x \text{ et } y = (3/5)x + 8.$$

On en déduit les coordonnées du point d'intersection **(70 ; 50)**.

Jardin carré

Soient a et b les côtés respectifs du jardin et du carré potager.

Nous avons $a^2 - b^2 = 75$, d'où $(a - b)(a + b) = 75$.

Les nombres a et b étant entiers, on en déduit les trois solutions :

(a ; b) = (38 ; 37) ou (14 ; 11) ou (10 ; 5).

Pièces magnétiques

Désignons par i l'aire d'un petit triangle isocèle (non rectangle), par r celle d'un petit triangle rectangle et par q celle d'un quart de disque.

Nous avons un système d'équations :

$$6q + 22r + 4i = 18,20$$

$$q + 14r = 7,80$$

$$2q + 22r + 4i = 15.$$

Ce système a pour solutions : $q = 0,80$; $r = 0,50$ et $i = 0,60$.

On en déduit le prix des pièces de l'HIRONDELLE, égal à 4,80 €.

Un rectangle en morceaux

On déduit de la figure que l'épaisseur de la grande barre des L est égale à 5 cm, et que la longueur x de cette grande barre est telle que $x + 4 = 2x - 8$, d'où $x = 12$.

Les dimensions du rectangle sont donc égales à **24 et 25 cm**, et l'aire du rectangle non occupée à $2 \times 8 \times 5 + 2 \times 4 \times 5 = 120 \text{ cm}^2$.

Partage d'un terrain

Soit l la largeur de la parcelle A. Son aire vaut : $78l$.

L'aire de la parcelle B est égale à $52(90 - 78) + 78(52 - l)$.

Cela permet d'obtenir l'équation en l : $78l = 624 + 78(52 - l)$ dont la solution est **30**.